

OPTIMALIZACJA CYKLU ROBOCZEGO MANIPULATORA Z PARAMI OBROTOWYMI

OPTIMIZATION OF WORK CYCLE OF MANIPULATOR WITH REVOLUTE JOINTS

Bogdan Posiadała, Mateusz Tomala – Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska

W artykule przedstawiono zagadnienie optymalizacji cyklu roboczego manipulatora wyposażonego w kinematyczne pary obrotowe. Jako kryterium optymalizacji przyjęto minimalizację obciążeń w aktuatorach manipulatora oraz minimalizację całkowitego czasu wykonania przez manipulator cyklu roboczego, polegającego na transporcie końcówki roboczej z jednego punktu trójwymiarowej przestrzeni do innego. W pracy zamieszczono przykładowe wyniki obliczeń numerycznych.

In this work, the problem of work cycle optimization of manipulator with revolute joints has been presented. The optimization purposes to minimize torques in actuators of the manipulator and total time of the work cycle. The work cycle is to move end-effector from one point of spatial workspace to another. An exemplary computation has been performed and results of the computation have been attached to the paperwork.

Wprowadzenie

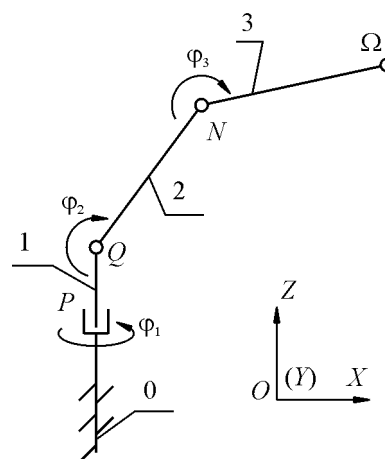
Zagadnienia modelowania dynamiki i optymalizacji pracy maszyn i urządzeń, w tym manipulatorów, były przedmiotem wielu prac, przy czym, w kontekście niniejszej pracy, warto wymienić pozycje [1-7]. W odniesieniu do manipulatorów, badania optymalizacyjne skupiają się najczęściej na maksymalizacji przestrzeni roboczej manipulatora bądź minimalizacji: zużycia energii elektrycznej, całkowitej energii mechanicznej układu lub obciążeń czynnych w aktuatorach manipulatora.

W niniejszej pracy przedstawiono zagadnienie optymalizacji pracy manipulatora 3R (z trzema kinematycznymi parami obrotowymi), przyjmując jako kryterium optymalizacyjne minimalizację obciążeń czynnych (momentów) w aktuatorach manipulatora przy równoczesnej minimalizacji całkowitego czasu wykonania określonego cyklu roboczego. Wykorzystano do tego celu wskaźnik wydajności formułowany dla każdego aktuatora, wchodzącego w skład rozpatrywanego układu. Zmienne decyzyjne zidentyfikowano na podstawie przyjętego modelu ruchu w każdym rozpatrywanym aktuatorze.

Model obliczeniowy

Schemat rozpatrywanego manipulatora przedstawiono na rysunku 1. Układ tego typu jest otwartym łańcuchem kinematycznym i, przy takiej konfiguracji obrotów jak przyjęta w niniejszej pracy, pozwala na pozycjonowanie punktu na końcówce roboczej Ω w trójwymiarowej przestrzeni OXYZ. Układ składa się z trzech ruchomych członów oraz podstawy. Aby ułatwić opis kinematyki i dynamiki układu wprowadza się ruchome układy współrzędnych związane sztywno z elementami manipulatora.

Aby wyznaczyć obciążenia w aktuatorach manipulatora należy rozwiązać zagadnienie dynamiki odwrotnej dla rozpatrywanego układu. Zagadnienie to najłatwiej jest sformułować wprowadzając minimalną liczbę współrzędnych uogólnionych (w przypadku rozpatrywanego układu będą to współrzędne kątowe w każdym rozpatrywanym przegubie). Następnie należy



Rys. 1. Schemat manipulatora 3R

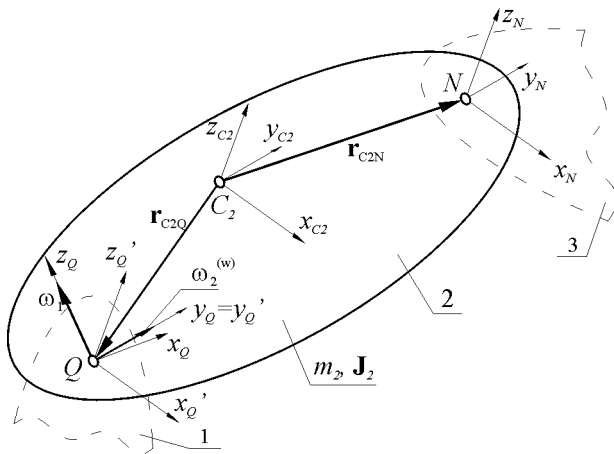
sformułować odpowiednie funkcje opisujące całkowitą energię mechaniczną układu (energię kinetyczną i potencjalną) oraz potencjał kinetyczny Lagrange'a. Szukane funkcje opisujące momenty w przegubach manipulatora wyznacza się wykorzystując równania Lagrange'a II rodzaju, które dla rozpatrywanego układu mają postać:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = M_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

przy czym wektor współrzędnych uogólnionych ma postać:

$$\mathbf{q} = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} \quad (2)$$

Elementy składowe manipulatora rozpatruje się jako bryły sztywne zatem ich energia kinetyczna jest równa sumie energii w ruchu postępowym oraz energii w ruchu obrotowym. Zagadnienia ruchu złożonego bryły sztywnej oraz formułowania funkcji opisujących jej energię kinetyczną i potencjalną były przedmiotem wielu prac i są dokładnie opisane między innymi w pracach [8-11]. Podstawę do rozważań nad kinematyką i dynamiką manipulatora przedstawiono na rysunku 2 na przykładzie członu drugiego.



Rys. 2. Podstawa do rozważań nad kinematyką i dynamiką manipulatora na przykładzie członu 2

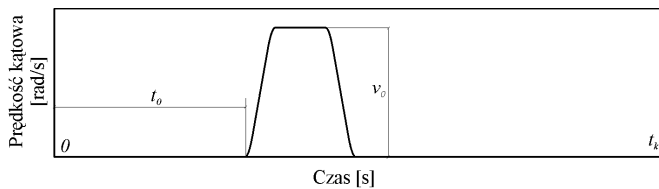
W niniejszej pracy, jednym z kryteriów optymalizacyjnych jest minimalizacja obciążeń czynnych (momentów) w aktuatorach manipulatora. Kryterium to sformułowano wykorzystując wskaźnik wydajności (*performance index*). Wskaźnik ten, w odniesieniu do pojedynczego aktuatora, można zapisać w następujący sposób [12]:

$$P_i = \int_0^{t_k} M_i^2 dt \quad (3)$$

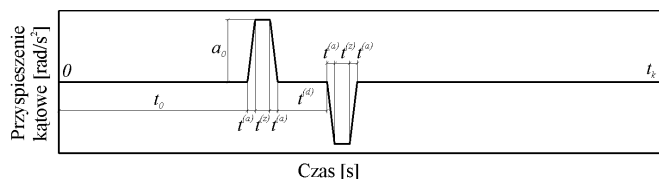
gdzie t_k jest całkowitym czasem wykonywania cyklu roboczego przez manipulator.

Model ruchu

W niniejszej pracy przyjęto model ruchu typu *point-to-point*. W literaturze spotkać można sformułowania, w których profil prędkości jest funkcją impulsu trapezowego lub sinusoidalnego [12]. W pracy przyjęto quasi-trapezowy profil prędkości. Zmienność w czasie prędkości oraz przyspieszenia przedstawiono na rysunkach 3 oraz 4. Na rysunku 3 naniesiono parametry ruchu zidentyfikowane jako zmienne decyzyjne algorytmu optymalizacyjnego: chwile załączenia ruchu w aktuatorze oraz nominalną prędkość z jaką odbywa się ruch. Zakłada się, że droga kątowa w każdym aktuatorze jest znana (wynika z rozwiązania zagadnienia kinematyki odwrotnej oraz



Rys. 3. Model ruchu z quasi-trapezowym profilem prędkości – zmienność prędkości w funkcji czasu



Rys. 4. Model ruchu z quasi-trapezowym profilem prędkości – zmienność przyspieszenia w funkcji czasu

przyjętego modelu ruchu) i stanowi różnicę położenia kątowego końcowego (punkt B) i początkowego (punkt A):

$$s_i = \varphi_i^{(B)} - \varphi_i^{(A)}, \quad (4)$$

Przyspieszenie maksymalne a_i oraz czas utrzymywania nominalnej prędkości $t_i^{(d)}$ opisują wzory:

$$a_i = \frac{v_i}{t_i^{(a)} + t_i^{(z)}}, \quad t_i^{(d)} = \left| \frac{s_i}{v_i} \right| - t_i^{(z)} - 2t_i^{(a)} \quad (5)$$

Prędkości nominalne oraz chwile załączenia można zgrupować w wektor zmiennych decyzyjnych:

$$\mathbf{x} = \{v_1, v_2, v_3, t_1, t_2, t_3\} \quad (6)$$

Algorytm roju cząstek

Algorytm optymalizacyjny roju cząstek (*PSO – Particle Swarm Optimization*) jest nowoczesną metodą poszukiwania optimum (minimum bądź maksimum) dowolnej funkcji. Metoda ta została opracowana w roku 1995 przez naukowców J. Kennedy'ego i R. C. Eberhardt'a w pracy [13]. Metoda roju cząstek od momentu powstania jest intensywnie rozwijana, przykładowe zastosowania oraz modyfikacje algorytmu można znaleźć między innymi w pracach [14–16].

Metoda roju cząstek jest oparta na obserwacji zjawisk, które występują w przyrodzie takich jak np. poszukiwanie pożywienia przez rój owadów. Każda cząstka posiada zdolność zapamiętywania swoich doświadczeń przez cały okres przemieszczania się (iteracji) oraz, dodatkowo, posiada zdolność komunikacji z innymi uczestnikami roju. Rój o odpowiednio dużej liczności jest zdolny do identyfikacji sprzyjających obszarów dziedziny i potrafi intensywnie przeszukiwać te obszary, wyszukując optimum.

Rozpatrując $n + 1$ krok iteracji, zmianę wartości m -tej współrzędnej dowolnej cząstki można opisać w następujący sposób:

$$V_m^{(n+1)} = \chi \left(wV_m^{(n)} + c_1r_1(p_m - x_m^{(n)}) + c_2r_2(g_m - x_m^{(n)}) \right), \quad m = 1 \dots 6 \quad (7)$$

gdzie: χ – współczynnik korekcyjny,

w – współczynnik bezwładności ruchu cząstki,

$V_m^{(n)}$ – przemieszczenie cząstki w poprzednim kroku iteracji,

c_1, c_2 – współczynniki uczenia się (zwane także wsp. przyspieszenia),

r_1, r_2 – losowe liczby rzeczywiste z przedziału (0;1),

$x_m^{(n)}$ – położenie cząstki w poprzednim kroku iteracji,

p_m – najlepsze dotychczasowe położenie cząstki,

g_m – najlepsze dotychczasowe położenie ze zbioru wszystkich cząstek.

W równaniu (7), opisującym przemieszczenie pojedynczej cząstki podczas jednego kroku iteracji, zidentyfikować można trzy składniki. Składnik pierwszy odpowiada za bezwładność cząstki i zależy jedynie od przemieszczenia tej cząstki w poprzednim kroku iteracji. Składnik drugi jest odpowiedzialny za „doświadczenia” cząstki z poprzednich kroków iteracji, natomiast składnik trzeci odpowiada za „doświadczenia” całego roju z całego procesu iteracji. W literaturze spotkać można zmodyfikowaną wersję algorytmu, w której najlepsze położenie w ujęciu globalnym g_m jest zastąpione przez najlepsze położenie

w ujęciu lokalnym, tzn. uczestnik roju komunikuje się tylko z wybranymi innymi uczestnikami. Fakt istnienia i rozmiar „sąsiedztwa” może być opisany funkcją dystansu między cząstkami, kroku iteracji, etc. Dodatkowo, rój powinien być zabezpieczony przed eksplozją poprzez wprowadzenie maksymalnej wartości przemieszczenia dla każdej współrzędnej:

$$V_m^{(n+1)} = \begin{cases} V_m^{(n+1)} & \text{jeśli } |V_m^{(n+1)}| \leq V_m^{\max} \\ \text{sgn}(V_m^{(n+1)}) V_m^{\max} & \text{jeśli } |V_m^{(n+1)}| > V_m^{\max} \end{cases} \quad (8)$$

Wykorzystując równanie (7) można zapisać formułę opisu-
jącego nowe położenie cząstki w m -tym wymiarze:

$$x_m^{(n+1)} = x_m^{(n)} + V_m^{(n+1)} \quad (9)$$

Wartości zmiennych decyzyjnych, ujętych w wektorze $\mathbf{x}$, muszą spełniać określone kryteria, zatem należy dodatkowo sformułować odpowiednie więzy. Prędkość w i -tym aktyatorze ograniczona jest prędkością maksymalną tego aktyatora. Analogicznie, moment w i -tym aktyatorze ograniczony jest momentem maksymalnym. Dodatkowo, znak prędkości (kierunek ruchu) określony jest znakiem drogi kąto-
wej (4), zatem algorytm poszukuje tylko wartości dodatnich. Czas początkowy i -tego załączenia ograniczony jest w analogiczny sposób:

$$0 \leq v_i \leq v_i^{(\max)}, \quad 0 \leq t_i \leq t_i^{(\max)}, \quad |M_i| < M_i^{(\max)}, \quad t_i^{(d)} > 0 \quad (10)$$

przy czym wprowadzono także maksymalny czas trwania cyklu roboczego $t^{(k)}$, wtedy:

$$t_i^{(\max)} = t^{(k)} - t_i^{(d)} - 2t_i^{(z)} - 4t_i^{(a)} \quad (11)$$

W metodzie roju cząstek, więzy wprowadza się do algorytmu poprzez funkcję karną. Aby ją sformułować należy zgrupować więzy (10) w wektor $\sigma(\mathbf{x})$ oraz zapisać w postaci:

$$\sigma(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (12)$$

Funkcja karna ma postać:

$$F(\mathbf{x}) = \alpha h(n) \left(\sum_{k=1}^r p_k \max(\sigma_k(\mathbf{x})) \right) \quad (13)$$

gdzie r oznacza liczbę więzów. W równaniu (13) α jest współczynnikiem korygującym całość funkcji karnej, współczynniki p_k określają wpływy naruszenia poszczególnych więzów na funkcję karną. Funkcja $\max(\sigma_k(\mathbf{x}))$ przyjmuje wartość 0 jeżeli $\sigma_k(\mathbf{x}) < 0$ oraz $\sigma_k(\mathbf{x})$ jeżeli $\sigma_k(\mathbf{x}) > 0$, natomiast $h(n)$ jest funkcją kroku iteracji, która w zaawansowanym kroku iteracji powinna przyjmować wartości wysokie. W niniejszej pracy została przyjęta jako:

$$h(n) = n\sqrt{n} \quad (14)$$

Wykorzystując rozważania ujęte w poprzednich rozdziałach niniejszej pracy można, uwzględniając, że rozpatrywany manipulator posiada 3 aktyatory, sformułować funkcję celu w postaci:

$$f(\mathbf{x}) = \min \sum_{i=1}^3 w_i P_i(\mathbf{x}), \quad \sum_{i=1}^3 w_i = 1 \quad (15)$$

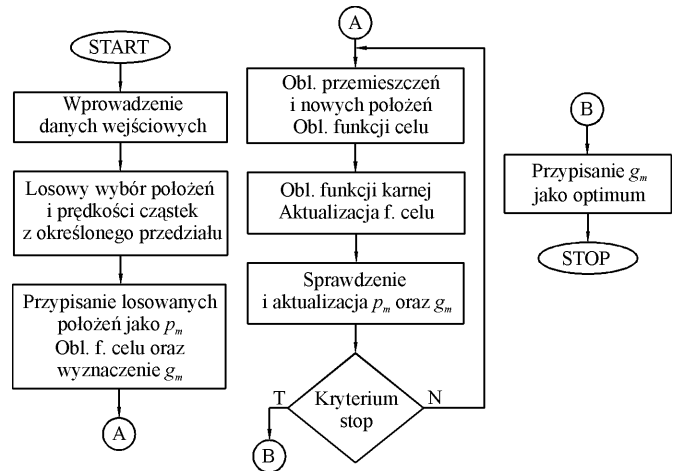
gdzie: w_i – współczynniki wagowe. Należy zauważyć, że każdy obliczany przez algorytm wskaźnik wydajności, opisany równaniem (3), posiada w górnej granicy całkowania całkowity czas wykonywania cyklu roboczego. Czas ten uzależniony jest od wartości zmiennych decyzyjnych, zatem:

$$t_k = t_k(\mathbf{x}) \Rightarrow P_i(\mathbf{x}) = \int_0^{t_k(\mathbf{x})} M_i^2(\mathbf{x}) dt \quad (16)$$

Uwzględniając funkcję karną (13), mamy:

$$\tilde{f}(\mathbf{x}) = \min(f(\mathbf{x}) + F(\mathbf{x})) \quad (17)$$

Algorytm roju cząstek, wykorzystany w niniejszej pracy, przedstawiono schematycznie na rysunku 5.



Rys. 5. Schemat algorytmu roju cząstek

Przykładowe wyniki obliczeń numerycznych

Wykorzystując rozważania ujęte w poprzednich rozdziałach niniejszej pracy wykonano przykładowe obliczenia numeryczne optymalizacji cyklu roboczego manipulatora 3R. Cykl roboczy polega na transporcie końcówki roboczej Ω (wraz z ładunkiem rozpatrywanym jako punkt materialny) z jednego punktu trójwymiarowej przestrzeni roboczej do innego. Przy użyciu zależności (10)-(11), sformułowano odpowiednie ograniczenia wartości zmiennych decyzyjnych (6). Dane do obliczeń przedstawiono poniżej w formie opisowej oraz w tabelach 1 oraz 2.

Przyjęto następujące parametry algorytmu PSO : $\chi = 0,8$, $w = 0,6$, $c_1 = 2,1$, $c_2 = 2$, $\alpha = 100$, $p_k = 1$ ($k = 1..18$), $V_1^{(\max)} = V_2^{(\max)} = V_3^{(\max)} = 0,1$ [rad/s], $V_4^{(\max)} = V_5^{(\max)} = V_6^{(\max)} = 0,5$ [s]. Przyjęto następujący rozkład masy w członach [kg·m²]: $J_1 = \{0,05; 0; 0; 0; 0,03; 0; 0; 0; 0,05\}$, $J_2 = \{0,1; 0; 0; 0,1; 0; 0; 0,002\}$, $J_3 = \{0,1; 0; 0; 0; 0,1; 0; 0; 0,002\}$. Stałe opisujące zmienności funkcji ruchu w czasie przyjęto w postaci: $t_1^{(a)} = t_2^{(a)} = t_3^{(a)} = 0,05$ [s], $t_1^{(z)} = t_2^{(z)} = t_3^{(z)} = 0,1$ [s]. Maksymalny dopuszczalny czas wykonywania cyklu roboczego przyjęto jako: $t^{(k)} = 10$ [s]. Maksymalne prędkości kątowe w aktyatorach przyjęto jako: $v_1^{(\max)} = v_2^{(\max)} = v_3^{(\max)} = 1,15$

Tab. 1. Punkty pracy manipulatora oraz odpowiadające im wartości współrzędnych uogólnionych.

	A	B		A	B
x_Ω [m]	-1,1	0,7	φ_1 [rad]	-0,266	1,004
y_Ω [m]	0,3	1,1	φ_2 [rad]	-0,607	0,507
z_Ω [m]	0,4	0,7	φ_3 [rad]	-1,928	1,676

Tab. 2. Parametry geometryczne i masowe członów manipulatora.

Człon	m [kg]	l [m]
1	0,9	0,4
2	1,2	1
3	1	1
ładunek	2	-

[rad/s], natomiast maksymalne momenty: $M_1^{(\max)} = 10$, $M_2^{(\max)} = 50$, $M_3^{(\max)} = 30$ [N·m]. Całkowanie numeryczne wykonywano przy stałym kroku całkowania równym $dt = 0,005$ [s]. Przyjęto następujące wartości współczynników wagowych w_i : $w_1 = 0,1$, $w_2 = 0,6$, $w_3 = 0,3$. Największe wartości współczynników wagowych przyjęto w odniesieniu do aktuatorów 2 oraz 3, gdyż dla takiej konfiguracji obrotów, jak przyjęta w niniejszej pracy, aktuatorzy te są najbardziej obciążone.

Rozwiązanie zagadnienia (optimum) uzyskano wykonując serię obliczeń 75 iteracji dla roju składającego się z 500 cząstek. Uzyskano następujące wartości zmiennych decyzyjnych, dla których funkcja celu przyjmuje wartość optymalną:

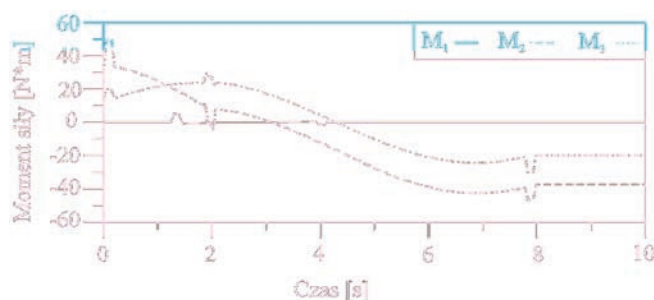
$$\begin{aligned} v_1 &= 0,477 & t_1 &= 1,254 \\ v_2 &= 0,596 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] & t_2 &= 0,000 \text{ [s]} \\ v_3 &= 0,608 & t_3 &= 1,849 \end{aligned} \quad (18)$$

Wartość funkcji celu odpowiadająca tym zmiennym to $f(\mathbf{x}) = 4765,15$. Całkowity czas wykonania cyklu roboczego wynosi 7,98 [s].

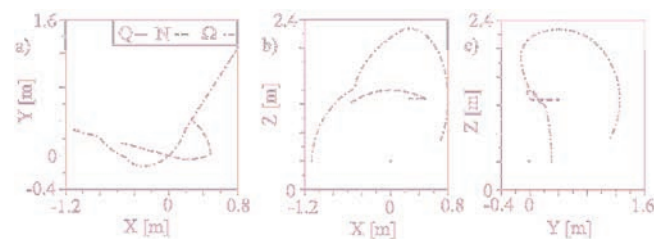
Na rysunku 6 przedstawiono zmienność prędkości kątowych w funkcji czasu dla uzyskanego zestawu zmiennych decyzyjnych, natomiast na rysunku 7 – zmienność momentów w funkcji czasu. Należy zauważyć, że maksymalne momenty dla 2 ostatnich aktuatorów przyjmują dla pewnych chwil czasu wartości ekstremalne, ograniczone więzami (10). Rozwiązanie optymalne dla tak dobranych danych wejściowych znajduje się zatem na brzegu dziedziny. Na rysunkach 8a, b oraz c przedstawiono dodatkowo trajektorie końcówki roboczej oraz trajektorie par kinematycznych wchodzących w skład rozpatrywanego układu podczas realizacji cyklu roboczego stanowiącego szukane optimum.



Rys. 6. Zmienność prędkości kątowych w funkcji czasu dla zestawu zmiennych decyzyjnych stanowiących szukane optimum



Rys. 7. Zmienność obciążeń (momentów) w funkcji czasu dla zestawu zmiennych decyzyjnych stanowiących szukane optimum



Rys. 8. Trajektorie: końcówki roboczej oraz par kinematycznych wchodzących w skład układu rzutowane na płaszczyznę stałego układu współrzędnych

Podsumowanie

W pracy przedstawiono sformułowanie i rozwiązanie zagadnienia optymalizacji cyklu roboczego manipulatora 3R podczas wykonywania przez manipulator cyklu roboczego w trójwymiarowej przestrzeni. Przyjęto model ruchu typu *point-to-point* z quasi-trapezowym profilem prędkości dla każdej rozpatrywanej pary kinematycznej. Jako kryterium optymalizacji przyjęto minimalizację obciążeń (momentów) w aktuatorach manipulatora oraz minimalizację całkowitego czasu wykonania cyklu roboczego, natomiast jako zmienne decyzyjne przyjęto parametry ruchu w każdym rozpatrywanym aktuatorze – chwilę załączenia ruchu oraz nominalną prędkość, z jaką jest on realizowany. Do sformułowania funkcji opisujących momenty w aktuatorach wykorzystano narzędzia klasycznej mechaniki wektorowej oraz równania Lagrange'a II rodzaju. W algorytmie optymalizacyjnym wykorzystano metodę roju cząstek (*Particle Swarm Optimization*), przy uwzględnieniu ograniczeń jakim podlegają wartości zmiennych decyzyjnych.

Przedstawiony w niniejszej pracy algorytm może być wykorzystany do badania zagadnień optymalizacji innych manipulatorów, wyposażonych nie tylko w aktuatory kątowe, ale także liniowe, przy odpowiednim przeformułowaniu funkcji celu (15). Ponadto, algorytm może zostać zmodyfikowany poprzez przyjęcie innego modelu ruchu dla każdej rozpatrywanej pary kinematycznej.

Literatura

- [1] Posiadała B.: *Modelowanie i analiza zjawisk dynamicznych maszyn roboczych i ich elementów jako dyskretno-ciągłych układów mechanicznych*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1999
- [2] Posiadała B., Tomala M.: *Modeling and Analysis of the Dynamics of Load Carrying System*. World Congress On Engineering and Computer Science, proceedings, 2012, 2, pp. 1170-1175
- [3] Posiadała B., Warys P., Cekus D., Tomala M.: *The Dynamics of the Forest Crane During the Load Carrying*. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2013, 7 (13)
- [4] Panda S., Mishra D., Biswal B. B.: *Revolute manipulator workspace optimization: A comparative study*. Applied Soft Computing, 13,

- 2013, pp. 899-910
- [5] Saramago S. F. P., 1. Steffen Jr, V.: *Optimization of the trajectory planning of robot manipulators taking into account the dynamics of the system*. Mechanism and Machine Theory, 33, 7, 1998
- [6] Ur-Rehman R., Caro S., Chablat D., Wenger P.: *Multi-objective path placement optimization of parallel kinematics machines based on energy consumption, shaking forces and maximum actuator torques: Application to the Orthoglide*. Mechanism and Machine Theory, 45, 2010, pp. 1135-1141
- [7] Kucuk S.: *Energy minimization for 3-RRR fully planar parallel manipulator using particle swarm optimization*. Mechanism and Machine Theory, 62, 2013, pp. 129-149
- [8] Skalmierski B.: *Mechanika. Podstawy mechaniki klasycznej*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1998
- [9] Skalmierski B.: *Mechanika. Podstawy mechaniki ośrodków ciągłych*. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 1999
- [10] Awrejcewicz J.: *Classical Mechanics: Kinematics and Statics*. Springer, New York 2012
- [11] Awrejcewicz J.: *Classical Mechanics: Dynamics*. Springer, New York 2012
- [12] Siciliano B., Sciavicco L., Villani L., Oriolo G.: *Robotics. Modeling, Planning and Control*. Springer-Verlag London Limited, London 2009
- [13] Eberhardt R. C., Kennedy J.: *Particle swarm optimization*. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, 1995, 4, pp. 1942-1948
- [14] Tarnowski W.: *Optymalizacja i polioptymalizacja w technice*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2011
- [15] Clerc M., Kennedy J.: *The Particle Swarm – Explosion, Stability and Convergence in a Multidimensional Complex Space*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 6, 1, 2002
- [16] Cheng R., Yao M.: *Particle Swarm Optimizer with Time-Varying Parameters based on a Novel Operator*. Applied Mathematics & Information Sciences, 5, 2, 2011, pp. 33-38

