

OPRÓBOWANIE ZŁÓŻ DO BADAŃ CHEMICZNYCH I JEGO DOKUMENTOWANIE – OCZEKIWANIA I RZECZYWISTOŚĆ

SAMPLING OF DEPOSITS FOR CHEMICAL ANALYSES AND ITS REPORTING – EXPECTATIONS AND REALITY

Jacek Mucha, Monika Wasilewska - Błaszczyk – Katedra Geologii Złóżowej i Górniczej WGGiOŚ,
AGH Akademia Górniczo – Hutnicza, Kraków

Prezentowano podstawowe mankamenty i uchybienia opróbowania złóż kopalni stałych. Podkreślono powszechny brak systematycznych opróbowań kontrolnych i oceny dokładności opróbowania w dokumentacjach geologicznych. Zwrócono uwagę na zbyt powściągliwy i niedostateczny opis opróbowania rdzeni wiertniczych i wyrobisk górniczych. Zaproponowano poszerzony zakres i układ projektu opróbowania złóż. Scharakteryzowano specyficzne problemy opróbowania złóż węgla kamiennego, wapieni i rud Cu-Ag. Na przykładzie fikcyjnego zbioru danych zilustrowano wpływ trzech rodzajów błędów opróbowania (losowego, systematycznego stałego i systematycznego proporcjonalnego) na ocenę zawartości składników chemicznych.

Słowa kluczowe: opróbowanie, złoża, błędy, losowy, systematyczny

The basic shortcomings and misconduct of deposits' sampling were presented. The common lack of systematic control samples and the assessment of deposit sampling accuracy in geological reporting were emphasized. The attention has been drawn to too laconic and insufficient description of sampling of bore cores and mine workings. The specific problems of deposit sampling of hard coal, limestone and Cu-Ag ores were characterized. The impact of three kinds of sampling errors (random, systematic - constant and systematic - proportional) on an estimation of mean contents of chemical components was illustrated by example of fictional data set.

Key words: sampling, deposits, errors, random, systematic

Wprowadzenie

Opróbowanie należy do istotnych, ale często niedocenianych elementów warunkujących poprawne udokumentowanie geologiczne złoża. Szczególną rolę odgrywa opróbowanie wykonywane dla określenia składu chemicznego pobranego materiału skalnego. Na tle opróbowań prowadzonych pod kątem innych badań (mineralogicznych – petrograficznych, stratygraficznych, fizyko – mechanicznych, technologicznych) wyróżnia się ono z reguły zdecydowanie większym liczbowo zbiorem pobieranych próbek. Jego znaczenie w pełni uzasadniają cele, jakimi służą uzyskane wyniki opróbowania będące głównie oznaczeniami zawartości składników użytecznych lub szkodliwych. Są one wykorzystywane m.in. do:

- wyznaczania granic złóż, w których przejście od kopaliny do skały płonnej jest ciągłe (np. złoża rud Cu-Ag, wapieni),
- szacowania jakości i zasobów kopaliny lub składnika użytecznego (szkodliwego),
- charakterystyki zróżnicowania jakości i zasobności kopaliny w złożu (np. za pomocą map izolinowych),
- modelowania 3D jakości kopaliny,

- wstępnego określenia wielkości zasobów i jakości kopaliny w zależności od różnych wariantów zawartości brzeżnych składnika użytecznego i wielkości elementarnych jednostek wydobywczych (tonnage – grade curves).

Spełnienie oczekiwań, co do wiarygodnego i wyczerpującego opracowania wymienionych zadań uwarunkowane jest skonstruowaniem właściwego projektu opróbowania złoża, jego precyzyjną realizacją oraz poprawną rejestracją wyników opróbowań w bazach danych.

Projekt opróbowania złoża

Projekt opróbowania złoża jest zwyczajowo traktowany jako dokument regulujący rodzaj, zakres i geometrię planowanych do pobrania próbek z rdzeni wiertniczych lub wyrobisk górniczych. Powinien on być poszerzony o opis zasad właściwego nadzoru i kontroli poprawności realizacji procesu opróbowania, przygotowania próbek do analiz chemicznych, oznaczeń składników chemicznych jak również o sformułowanie zasad takiego zapisu wyników opróbowania w bazach danych, który umożliwia ich bezpośrednie wyeksportowanie

do programów komputerowych wspomagających geologiczne dokumentowanie złóż.

Zaproponowany poniżej układ projektu, uwzględniający wymienione kwestie, winien opisywać:

- dobór rodzaju próbek wraz z jego uzasadnieniem (punktowe lub odcinkowe w układzie liniowym lub sieciowym, bruzdowe, zdzierkowe [1],
- wielkość próbki wyrażoną masą pobieranego materiału skalnego, przypadającą na jednostkę długości opróbowanego odcinka złoża (przykładowo w złożach Zn-Pb rejonu śląsko – krakowskiego stosowano zasadę pobierania materiału o masie 0.5 kg z 1m bieżącego opróbowanego odcinka),
- rozmiary poprzeczne i orientację próbek (dotyczy próbek bruzdowych) lub sposób rozmieszczenia próbek punktowych w układzie liniowym lub sieciowym),
- rozstaw poziomy próbek (interwał opróbowania) - ustalany metodami empirycznymi, statystycznymi, geostatystycznymi lub na zasadzie analogii),
- zakres i sposób opróbowania kontrolnego (zalecany na 2-5% stanowisk opróbowania podstawowego),
- zasady kontroli schematu przygotowania próbki do analizy chemicznej (np. przy wykorzystaniu teoretycznej formuły Gy [2] lub badań eksperymentalnych) oraz oceny dokładności oznaczania pierwiastków (np. na podstawie próbek syntetyczno – wzorcowych),
- ocenę statystyczną wielkości błędów losowych i systematycznych na podstawie danych sparowanych utworzonych przez pary wyników opróbowań podstawowych i kontrolnych (wydzielenie anomalnych różnic metodą „ramka-wąsy”, test t-Studenta dla danych powiązanych, Wilcozona, analiza korelacji i regresji danych sparowanych) [3],
- sposób rejestracji wyników opróbowań w bazach danych (współrzędne poziome próbek oraz rzędne początku i końca próbek, zawartości oznaczanych składników zapisane np. w arkuszu kalkulacyjnym).

Projekt opróbowania sporządzany z reguły przed rozpoczęciem rozpoznania lub eksploatacji złoża powinien być modyfikowany gdy w miarę postępującej eksploatacji stwierdza się znaczące różnice w obserwowanym wykształceniu i zmienności złoża w porównaniu z obrazem złoża wyinterpretowanym w dokumentacji geologicznej.

Podstawowe niedostatki i uchybienia opróbowania złóż i jego dokumentowania

Wiele niedostatków opróbowania złoża i jego dokumentowania, stwierdzanych w przeszłości i obecnie, jest wspólnych dla opróbowania rdzeni wiertniczych i wyrobisk górniczych. Należą do nich:

- brak uzasadnienia dla rodzaju i wielkości pobieranych próbek,
- na ogół brak precyzyjnej lokalizacji miejsc opróbowania, szczególnie w układzie trójwymiarowym co jest szczególnie ważne dla modelowania 3D,
- nieprzygotowanie miejsc opróbowania (konieczność wyrównania i oczyszczenia ociosów wyrobisk górniczych, przemycia rdzeni wiertniczych),
- częste nieprzestrzeganie zasady pobierania próbek z jednorodnych litologicznie warstw,

- niezgodność zaprojektowanej i rzeczywistej formy i wielkości próbek,
- objęcie opróbowaniem tylko części profilu pionowego złoża,
- brak wyczerpującego i precyzyjnego opisu opróbowania (z reguły brak jest informacji o masie pobieranych próbek, sposobie cięcia litego rdzenia, sposobie pobierania rdzenia w formie okruszowej) a w zamian odwoływanie się do stosownych norm branżowych niedołączanych do dokumentacji,
- brak opróbowań kontrolnych,
- pomyłki w zapisie pomierzonych wartości parametrów złożowych,
- brak liczbowej oceny wiarygodności wyników opróbowania wraz z oceną dokładności poszczególnych jego elementów: pobierania próbek, przygotowania próbek do analizy chemicznej i oznaczeń składników,
- z reguły bezkrytyczne i bezrefleksyjne przyjmowanie wyników opróbowań w trakcie szacowania zasobów i jakości kopaliny,
- nieprecyzyjna terminologia z zakresu opróbowania; np. często stosuje się określenie próby bruzdowe lub próby punktowo - bruzdowe zamiast próbki punktowe w układzie liniowym.

Część z wymienionych uchybień i mankamentów opróbowania na tle szerszego zagadnienia błędów dokumentowania złóż przedstawił Nieć [4].

Niektóre specyficzne problemy opróbowania złóż

Jedną z przyczyn trudności dokumentowania rozpoznanych wiertniczo i niezagospodarowanych złóż węgla kamiennego (np. Oświęcim – Polanka, Wisła I-II, Międzyrzecze, Studzienice) jest szeroki, ponad stuletni, przedział czasowy w których wiercono otwory. Starsze otwory wiertnicze charakteryzowały się małym uzyskiem rdzenia, co wynikało z niedoskonałości i ograniczeń techniki wierceń a w szczególności stosowania koronek rolkowych sprzyjających wypłukiwaniu węgla. Skutkowało to systematycznymi błędami w oznaczeniach zawartości popiołu i kaloryczności węgla. Większą wiarygodnością cechują się otwory z lat 70 – tych i późniejszych w związku z zastosowaniem koronek słupkowych, widiowych i diamentowych. Te ostatnie pozwalały na osiągnięcie uzysków rdzeni rzędu 80 – 100%. Zbyt małe uzyski rdzenia skutkowały ograniczonymi możliwościami pobrania próbki reprezentatywnej dla całego przewierconego odcinka. Nie można tu również pominąć trudnego do skwantyfikowania wpływu zmniejszania średnic otworów z głębokością na wielkość pobieranych próbek (np. w złożu Międzyrzecze od 216 mm do 59 mm) i w konsekwencji na dokładność szacowania parametrów. Dodatkowo, biorąc pod uwagę fakt, że otwory wiercone były przez różnych wykonawców, przy zastosowaniu różnych technik wiercenia, a badania prowadzone przy użyciu różnego sprzętu można stwierdzić, że wyniki opróbowań zgromadzone na podstawie rozpoznania wiertniczego są niejednorodne w sensie wiarygodności zarówno w skali całych złóż jak i pojedynczych pokładów.

Opisy opróbowania rdzeni wiertniczych stanowią jeden z podstawowych mankamentów starszych dokumentacji złóż węgla kamiennego. Są one albo zbyt lakoniczne i nie wnoszą żadnych istotniejszych informacji o sposobie dokonywania tej czynności albo jest ich w ogóle brak. W szczególności

odczuwa się brak szerszej informacji o formie rdzenia i jego uzysku, sposobie pobierania próbki i wielkości jej masy. Podobnie brak jest informacji o sposobie przygotowania próbki do oznaczeń parametrów jakościowych oraz metodyce samego oznaczenia.

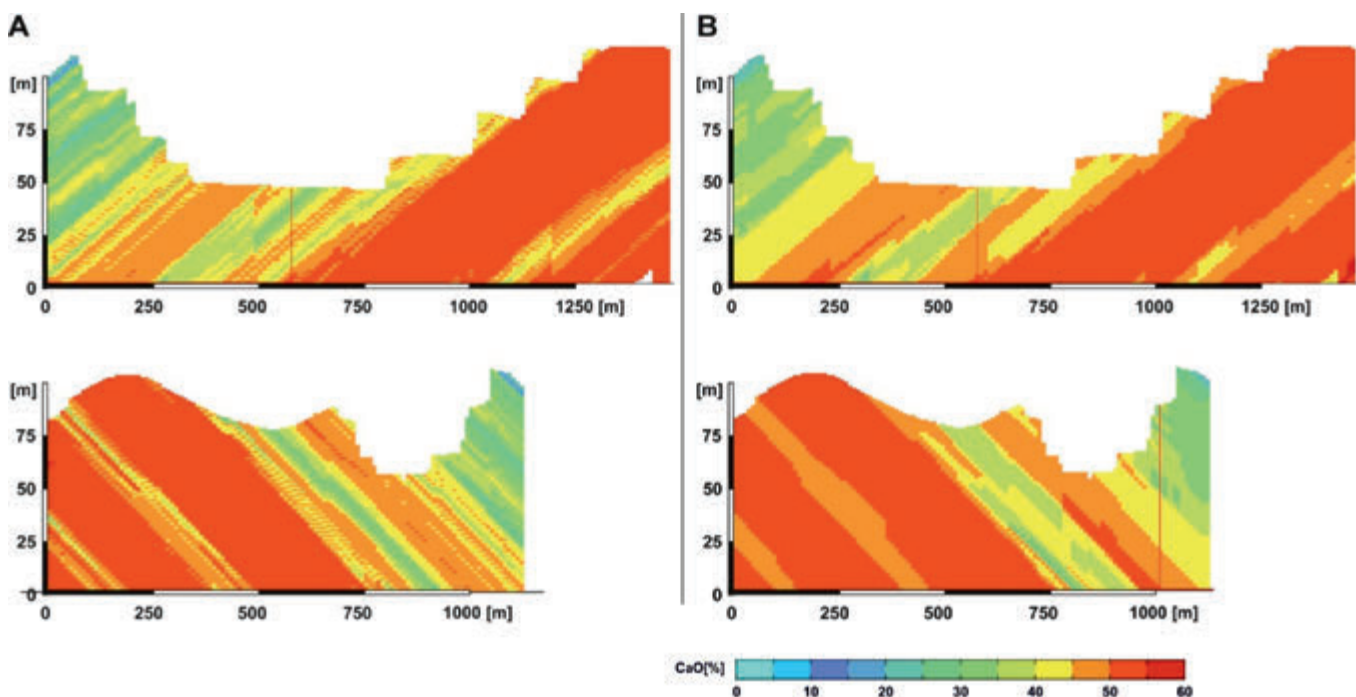
Należy zaznaczyć, iż w przypadku występowania błędów systematycznych pomiarów parametrów zasobowych związanych z niepełnym uzyskiem rdzenia, brak jest procedur estymacyjnych, które pozwalały na automatyczne wyeliminowanie ich wpływu na wielkość i ocenę dokładności oszacowań zasobów bez wykonania specjalistycznych badań eksperymentalnych.

Wprowadzane do oznaczeń składników szeroko rozumiane błędy opróbowania rzutują negatywnie, i zapewne w wielu przypadkach znacząco, na dokładność oszacowań parametrów opisujących jakość węgla i wiarygodność map izoliniowych. W żadnej z dokumentacji nie podjęto próby oceny dokładności opróbowania pokładów jak również oceny dokładności oszacowań zasobów i średnich wartości parametrów złożowych.

Wyczerpująca lista niedostatków i innych uchybień geologicznego dokumentowania opróbowania pokładów jest znacznie szersza niż to skrótowo przedstawiono powyżej i nie dotyczy jedynie złóż węgla kamiennego ale również innych dużych złóż takich jak złoża węgla brunatnego i wapieni.

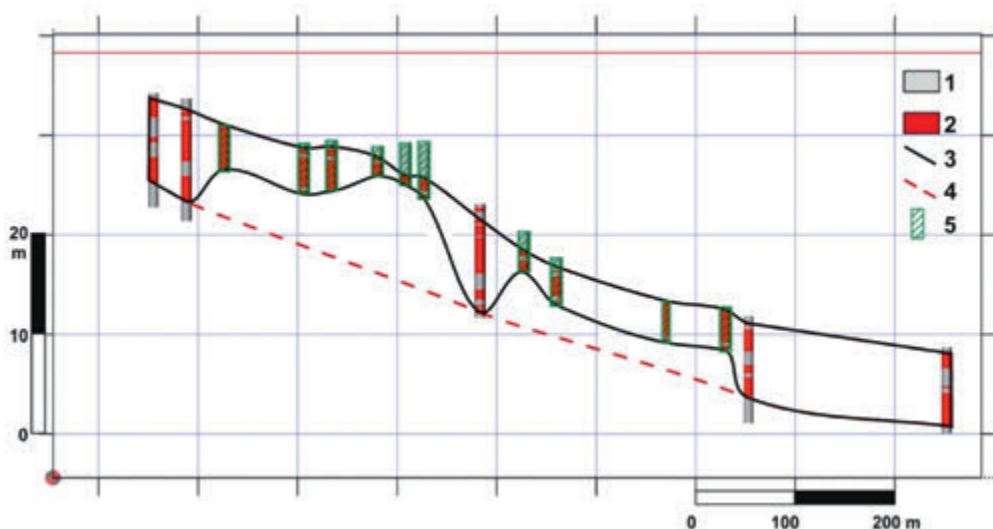
Na rysunku 1 przedstawiono przekroje przez jedno ze złóż wapieni rejonu świętokrzyskiego otrzymane z dwóch trójwymiarowych modeli rozmieszczenia zawartości CaO opartych na wynikach rozpoznania wiertniczego. Dla ich skonstruowania wykorzystano dwa równoległe rodzaje danych pochodzące z opróbowania rdzeni w każdym z otworów. Stanowiły je:

- wyniki opróbowania odcinków o długości około 1 m (próbki poddano analizie chemicznej wskaźnikowej) - rysunek 1A,
- wyniki opróbowania odcinków o długości 10 m (próbki poddano analizie chemicznej pełnej) - rysunek 1B.

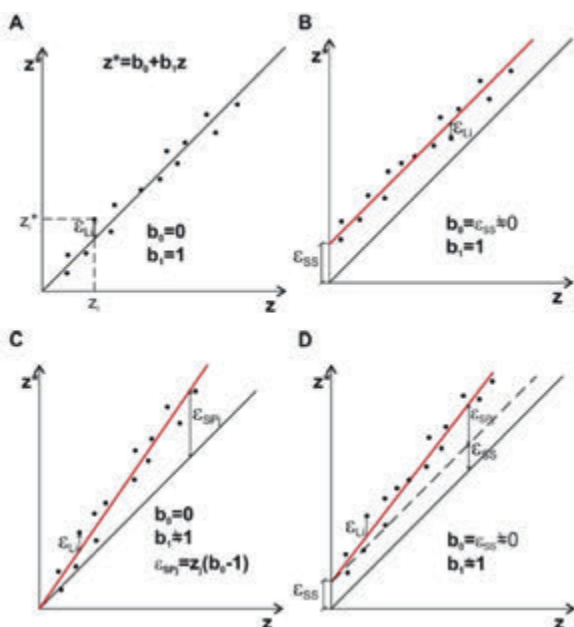


Rys. 1. Przykłady przekrojów przez model 3D zawartości CaO w złożu wapieni rejonu świętokrzyskiego sporządzonych: A - na podstawie danych z analizy wskaźnikowej z interwałem opróbowania około 1 m, B - na podstawie analiz pełnych z interwałem opróbowania około 10m.

Fig. 1. Examples of cross-sections through the 3D model of CaO content in the limestone deposit of Kielce region made: A – model based on data from the indicator chemical analysis (the sampling interval about 1 m), B - model based on full chemical analysis (the sampling interval about 10m).



Rys. 2. Poziome granice złoża bilansowego Cu-Ag wyznaczone w oparciu o próby kompletne i niekompletne oraz wyłącznie próby kompletne.
Objaśnienia: 1 – zawartości Cu < 0.7% , 2 – zawartości Cu ≥ 0.7%, 3 – granice złoża poprowadzone w oparciu o próby kompletne i niekompletne, 4 – granice złoża poprowadzone w oparciu o próby kompletne, 5 – próby niekompletne
Fig. 2. The horizontal boundaries of Cu-Ag deposits delimited on the basis of complete and incomplete samples and only complete samples.
Explanations: 1 - Cu contents < 0.7%, 2 - Cu contents ≥ 0.7%, 3 - boundaries of the deposit based on complete and incomplete samples, 4 - boundaries of the deposit based on complete samples, 5 – incomplete samples



Rys. 3. Wykresy ilustrujące różne rodzaje błędów opróbowania: A – losowy, B – losowy i systematyczny stały, C – losowy i systematyczny proporcjonalny, D – losowy, systematyczny stały i systematyczny proporcjonalny

Objaśnienia: z_i^* , z_i – pomierzona i prawdziwa zawartość składnika w punkcie opróbowania „i”, b_0 , b_1 – wyraz wolny i współczynnik kierunkowy prostej, ϵ_{Li} – błąd losowy oznaczenia w punkcie opróbowania „i”, ϵ_{SS} – błąd systematyczny stały, ϵ_{Spj} – błąd systematyczny proporcjonalny; linia czerwona – zależność empiryczna pomiędzy pomierzoną i prawdziwą zawartością składnika wyznaczona metodą najmniejszych kwadratów, linia czarna – zależność idealna (brak jakichkolwiek błędów opróbowania).

Fig. 3. Diagrams illustrating different types of sampling errors: A - random, B - random and systematic constant, C - random and systematic proportional, D - random, systematic, constant and systematic proportional.

Explanation: z_i^* , z_i – measured and true contents of the component in the sampling point „i”; b_0 , b_1 – intercept and the slope of the line; ϵ_{Li} – random error of component assay in point sampling „i”; ϵ_{SS} – constant systematic error, ϵ_{Spj} – proportional systematic error; the red line – the relationship between the measured and the true contents of the component determined by the least squares method; black line – the ideal relationship (absence of any sampling errors)

Wpływ błędów opróbowania na zmienność parametrów złożowych

Wszelkie niedostatki i uchybienia opróbowania złóż skutkują pojawieniem się w oznaczeniach zawartości składników chemicznych różnorodnych błędów: losowych, systematycznych stałych i systematycznych proporcjonalnych (rys. 3). Ich ujawnienie i ocena wielkości może być dokonana na podstawie danych sparowanych (wyników opróbowania podstawowych i kontrolnych) przy zastosowaniu statystycznej analizy korelacji i regresji liniowej [5, 3].

Ideę różnych rodzajów błędów opróbowania zilustrowano na rysunku 3 za pomocą diagramu punktowego zależności zawartości składników oznaczonych w próbkach (z_i^*) i odpowiadających im wartości prawdziwych (z_i) oraz wykresów regresji liniowej wiążącej obie wielkości.

Teoretyczny wpływ tych błędów na obserwowaną zmienność zawartości składników przedstawiono na fikcyjnym przykładzie wyników analiz chemicznych 10 prób (tab. 1), przy założeniu znajomości prawdziwych zawartości składników.

Obserwowana zmienność parametrów złoża jest spowodowana przez naturalne (genetyczne) zróżnicowanie ich wartości oraz błędy ich pomiaru. Oba te czynniki, wpływające na dokładność rozpoznania mogą być rozpatrywane łącznie.

Oznaczoną zawartość analizowanego składnika w „i” - tej próbie (z_i^*) można przedstawić jako sumę zawartości rzeczywistej (z_i) i błędu pomiaru (ϵ_i): $z_i^* = z_i + \epsilon_i$. Błąd ϵ_i może mieć charakter nieuniknionego błędu losowego (ϵ_{Li}), błędu systematycznego stałego (ϵ_{SS}), błędu systematycznego proporcjonalnego (ϵ_{Spj}) lub być sumą tych błędów (rys. 3).

Warunkami uznania błędu (ϵ_i) za błąd losowy są:

- zerowanie się sumy tych błędów

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_{Li} = 0$$

- brak zależności korelacyjnej między wartościami błędów i prawdziwymi zawartościami składnika wyrażony zerową wartością kowariancji obu zmiennych:

$$\text{cov}(Z, \epsilon) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})(\epsilon_i - \bar{\epsilon}) = 0$$

Tab. 1. Przykład (fikcyjny) wpływu błędów oprobrowania na wartość miar statystycznych opisujących zmienność parametrów złożowych
 Tab. 1. Example (fictitious) of the impact of sampling errors on the value of statistical measures describing the variability of deposit parameters

Punkt rozpoznania „i”	Z_i	Błąd losowy		Błędy systematyczne			
		ε_{Li}	$z_i^* = z_i + \varepsilon_{Li}$	Stały		Proporcjonalny	
				ε_{SSi}	$z_i^* = z_i + \varepsilon_{SSi}$	$\varepsilon_{SPi} = z_i (b_i - 1)$	$z_i^* = z_i + \varepsilon_{SPi} = b_i z_i$
1	2	0.0	2.0	1	3	0.4	2.4
2	4	0.5	4.5	1	5	0.8	4.8
3	6	-0.5	5.5	1	7	1.2	7.2
4	9	-1.0	8.0	1	10	1.8	10.8
5	10	0.5	10.5	1	11	2.0	12.0
6	10	2.0	12.0	1	11	2.0	12.0
7	12	-1.5	10.5	1	13	2.4	14.4
8	12	-3.5	8.5	1	13	2.4	14.4
9	15	5.0	20.0	1	16	3.0	18.0
10	20	-1.5	18.5	1	21	4.0	24.0
Statystyczne miary zmienności dla n=10 danych							
Średnia arytmetyczna $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i$	10	0	10	1	11	2	12
Wariancja $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	25	4.75	29.75	0	25	1	36
Odchylenie standardowe s	5	2.18	5.45	0	5	1	6
Wsp. zmienności $v = \frac{s}{\bar{x}} 100[\%]$	50	-----	54.5	0	45.5	50	50

Objaśnienia: z_i - rzeczywista wartość parametru w punkcie oprobrowania „i”, z_i^* - obserwowana (pomierzona) wartość parametru złożowego w punkcie oprobrowania „i”, ε_{Li} - błąd losowy, ε_{SS} - błąd systematyczny stały (przyjęto: 1), ε_{SPi} - błąd systematyczny proporcjonalny (przyjęto: $b_i=1.2$)
 Explanation: z_i - real value in sampling point „i”, z_i^* - observed (measured) value of the deposit parameter in the point of sampling „i”, ε_{Li} - random error, ε_{SS} - systematic constant error (assumed: 1), ε_{SPi} - proportional systematic error (assumed: $b_i = 1.2$)

Przykład podany w tab. 1 potwierdza, że suma błędów losowych wynosi 0 a wyliczona poniżej ich kowariancja z wartościami prawdziwymi jest również równa 0:

$$\begin{aligned} \text{cov}(Z, \varepsilon) &= \frac{1}{10} [(2-10)(0-0) + (4-10)(0.5-0) + (6-10)(-0.5-0) + (9-10)(-1.0-0) + (10-10)(0.5-0) + \\ &+ (10-10)(2.0-0) + (12-10)(-1.5-0) + (12-10)(-3.5-0) + (15-10)(5.0-0) + (20-10)(-1.5-0)] = \\ &= \frac{1}{10} [0 - 3 + 2 + 1 + 0 - 3 - 7 + 25 - 15] = 0 \end{aligned}$$

Dzięki tym właściwościom błędy losowe nie zmieniają oszacowania średniej wartości parametru lecz jedynie powodują wzrost obserwowanej zmienności parametru zgodnie z regułą w myśl której wariancja pomierzonych wartości parametru jest równa sumie wariancji wartości rzeczywistych parametru i wariancji błędów losowych (tab. 1):

$$s_{z^*}^2 = s_z^2 + s_{\varepsilon_L}^2 = 25 + 4.75 = 29.75$$

Z oczywistych względów wzrasta odpowiednio również wartość współczynnika zmienności.

Błędy oszacowania średnich zawartości składnika, mogą więc być minimalizowane, pod warunkiem nie występowania

ich autokorelacji w przestrzeni złożowej, przez zwiększenie liczby pobieranych próbek.

O wiele poważniejsze są konsekwencje występowania błędów systematycznych (tab. 1). Zarówno błędy stałe jak i proporcjonalne rozpatrywane indywidualnie powodują przesunięcie oszacowań wartości średnich względem prawdziwej średniej zawartości składnika co prowadzi do przeszacowania lub niedoszacowania jakości kopaliny. Błąd systematyczny stały nie zmienia wariancji prawdziwej zawartości składnika lecz jedynie wartość współczynnika zmienności. Przeciwnie błąd systematyczny proporcjonalny powoduje zmiany wariancji natomiast nie zmienia wartości współczynnika zmienności. W tym ostatnim przypadku kierunek i wielkość zmian wariancji określa generalna formuła:

$$\text{Var}(Z+\varepsilon) = \text{Var}(Z) + \text{Var}(\varepsilon) + 2\text{cov}(Z, \varepsilon).$$

W rzeczywistości oznaczenia zawartości składnika mogą być obarczone kompozycją wszystkich rozpatrywanych błędów

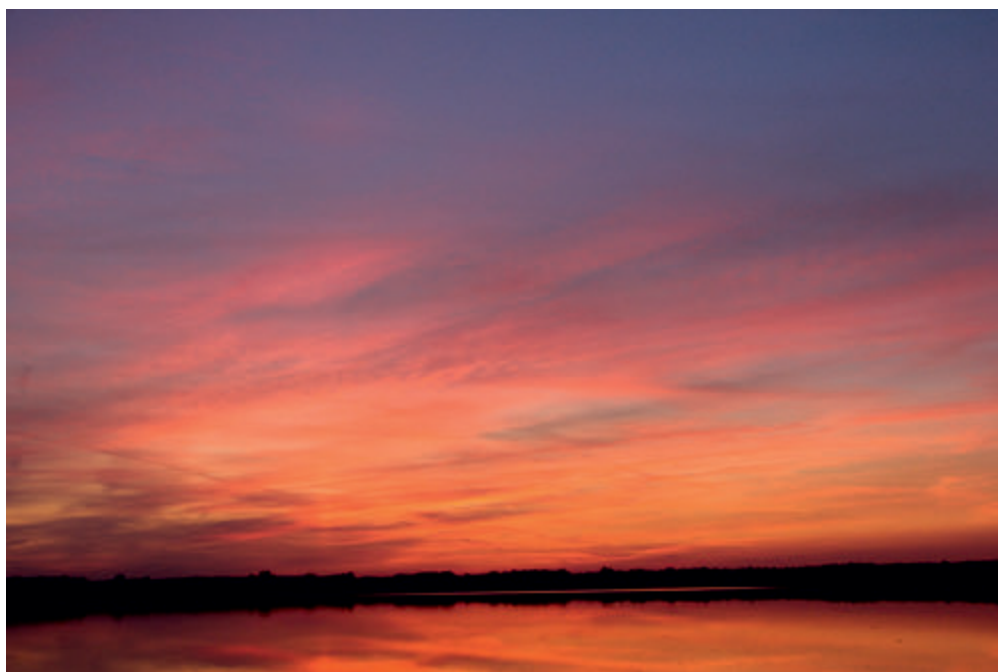
a skutek ich łącznego działania jest trudny do przewidzenia. W szczególnym i rzadkim przypadku błędów systematycznych działających przeciwnie (np. dodatni błąd systematyczny stały i ujemne błędy systematyczne proporcjonalne) możliwe jest uzyskanie oszacowań średnich zawartości bliskich średnim rzeczywistym.

Podsumowanie i wnioski

- Zagadnienie opróbowania złóż pomimo swej doniosłości dla poprawności szacowania jakości i zasobów kopaliny nie znajduje obecnie należytego zainteresowania i odzwierciedlenia w polskiej literaturze geologicznej i referatach wygłaszanych na konferencjach naukowych.
- Istotnym mankamentem dokumentowania opróbowania złóż jest powszechny brak oceny dokładności całego procesu opróbowania i jego poszczególnych elementów. Racjonalny wydaje się postulat obligatoryjnego opróbowania kontrolnego na 2-5% stanowiskach opróbowania
- i zastosowanie do oceny dokładności metod statystycznych.
- Analizę jakości opróbowania należy prowadzić w pierwszej kolejności pod kątem ujawnienia i oceny błędów systematycznych niemożliwych do usunięcia przez zastosowanie nawet najbardziej wyrafinowanych algorytmów szacowania jakości kopaliny i interpolacji zawartości składników chemicznych.
- Pesymistyczny wydźwięk oceny wiarygodności wyników opróbowania pogłębia również niezadowalający opis opróbowania w dokumentacjach geologicznych, z reguły zbyt lakoniczny i pozbawiony wielu istotnych informacji ważnych dla szacowania jakości kopaliny.
- Coraz bardziej popularne modelowanie 3D złóż dla potrzeb prognozy jakości urobku oparte na wynikach opróbowania dokonanych w szerokim przedziale czasowym napotyka na poważne trudności związane ze zróżnicowaną dokładnością i wiarygodnością danych podstawowych.

Literatura

- [1] Nieć M., Mucha J., Bromowicz J., Wasilewska-Błaszczuk M., *Opróbowanie złóż kopaliny*. [W:] Nieć (red.) *Metodyka dokumentowania złóż kopaliny stałych*. Cz. 3. Ministerstwo Środowiska, Narodowy Fundusz Ochrony Środowiska i Gospodarki Wodnej, Kraków, Wyd. IGSMiE PAN, 2012
- [2] Mucha J., Wasilewska M., *Teoria opróbowania Gy i przykłady jej zastosowań w geologii górniczej w Polsce*. Przegląd Górniczy, nr 12, 2006
- [3] Mucha J., Wasilewska M., *Ocena błędów opróbowania złóż – statystyczny niezbędnik geologa górniczego*. Górn. Odkryw., nr 2-3, 2009
- [4] Nieć M., *Problemy geologicznego dokumentowania złóż kopaliny stałych*, Wyd. IGSMiE PAN, Kraków, 2011
- [5] Sinclair A. J., Blackwell G. H., *Applied Mineral Inventory Estimation*, Cambridge University Press, 2002



Jezioro Wityckie

fol. A. Różycki